Acta Math. Hung.
58(1-2) (1992), 217–226.

KONSRUKTION DES REGULÄREN SIEBZEHNECKS MIT LINEAL UND STRECKENÜBERTRAGER

J. STROMMER (Budapest)

Herrn em. o. Prof. Karl Strubecker zum 85. Geburtstag gewidmet

D. Hilbert hat im Jahre 1899 in seiner berühmten Festschrift "Grundlagen der Geometrie" bewiesen, daß diejenigen regulären Vielecke, die mit Zirkel und Lineal konstruierbar sind, notwändig mit Lineal und Streckenübertrager, d. h. mit einem Instrument konstruierbar sind, welches das Abtragen von Strecken ermöglicht.* Im folgenden geben wir die Konnstruktion des regulären Siebzehnecks mit diesen Zeichenhilfsmitteln an.

Zu diesem Zweck tragen wir die Einheitsstrecke von dem Scheitel eines Winkels, der gleich $\pi/34$ ist, an einem Schenkel desselben ab (Fig. 1); dann schlagen wir um den so erhaltenen Punkt durch den Scheitel des Winkels einen Kreis, der den anderen Schenkel noch in einem Punkt schneidet; um diesen Punkt schlagen wir durch den vorher konstruierten Punkt einen Kreis, der den ersten Schenkel noch in einem Punkt schneidet usw. Wenn wir die nacheinander konstruierten Punkte miteinander verbinden, erhalten wir sechzehn gleichschenklige Dreiecke, deren Schenkel alle gleich 1 sind. In der Figur sind die Maßzahlen der einzelnen Winkel in bezug auf $\pi/34$ als Winkeleinheit angegeben. Wir bezeichnen diejenigen Basen der einzelnen Dreiecke, die auf demselben Schenkel wie die Einheitsstrecke liegen, mit $x_1, x_2, \dots, x_8$ und die Basen, die auf dem anderen Schenkel liegen, mit $y_1, y_2, \dots, y_8$. Unter den Größen x und y besteht eine Reihe von einfachen Relationen:

$$1 : \frac{1}{2}y_1 = y_1 : \left(1 + \frac{1}{2}x_1\right),$$

oder:

$$y_1^2 = 2 + x_1;$$

ebenso:

$$1 : \frac{1}{2}y_1 = y_2 : \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

*Mit Lineal und Streckenübertrager kann man durch einen gegebenen Punkt zu einer Geraden die Parallele ziehen, auf einer Geraden eine Senkrechte errichten, und alle Ausdrücke konstruieren, welche durch Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren und aus einer Summe von Streckenquadraten durch Quadratwurzelziehen hervorgehen.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8
x_1	$2+x_2$	x_1+x_3	x_2+x_4	x_3+x_5	x_4+x_6	x_5+x_7	x_6+x_8	x_7-x_8	y_1+y_2	y_1+y_3	y_2+y_4	y_3+y_5	y_4+y_6	y_5+y_7	y_6+y_8	y_7
x_2	x_1+x_3	$2+x_4$	x_1+x_5	x_2+x_6	x_3+x_7	x_4+x_8	x_5-x_8	x_6-x_7	y_2+y_3	y_1+y_4	y_1+y_5	y_2+y_6	y_3+y_7	y_4+y_8	y_5	y_6-y_8
x_3	x_2+x_4	x_1+x_5	$2+x_6$	x_1+x_7	x_2+x_8	x_3-x_8	x_4-x_7	x_5-x_6	y_3+y_4	y_2+y_5	y_1+y_6	y_1+y_7	y_2+y_8	y_3	y_4-y_8	y_5-y_7
x_4	x_3+x_5	x_2+x_6	x_1+x_7	$2+x_8$	x_1-x_8	x_2-x_7	x_3-x_6	x_4-x_5	y_4+y_5	y_3+y_6	y_2+y_7	y_1+y_8	y_1	y_2-y_8	y_3-y_7	y_4-y_6
x_5	x_4+x_6	x_3+x_7	x_2+x_8	x_1-x_8	$2-x_7$	x_1-x_6	x_2-x_5	x_3-x_4	y_5+y_6	y_4+y_7	y_3+y_8	y_2	y_1-y_8	y_1-y_7	y_2-y_6	y_3-y_5
x_6	x_5+x_7	x_4+x_8	x_3-x_8	x_2-x_7	x_1-x_6	$2-x_5$	x_1-x_4	x_2-x_3	y_6+y_7	y_5+y_8	y_4	y_3-y_8	y_2-y_7	y_1-y_6	y_1-y_5	y_2-y_4
x_7	x_6+x_8	x_5-x_8	x_4-x_7	x_3-x_6	x_2-x_5	x_1-x_4	$2-x_3$	x_1-x_2	y_7+y_8	y_6	y_5-y_8	y_4-y_7	y_3-y_6	y_2-y_5	y_1-y_4	y_1-y_3
x_8	x_7-x_8	x_6-x_7	x_5-x_6	x_4-x_5	x_3-x_4	x_2-x_3	x_1-x_2	$2-x_1$	y_8	y_7-y_8	y_6-y_7	y_5-y_6	y_4-y_5	y_3-y_4	y_2-y_3	y_1-y_2
y_1	y_1+y_2	y_2+y_3	y_3+y_4	y_4+y_5	y_5+y_6	y_6+y_7	y_7+y_8	y_8	$2+x_1$	x_1+x_2	x_2+x_3	x_3+x_4	x_4+x_5	x_5+x_6	x_6+x_7	x_7+x_8
y_2	y_1+y_3	y_1+y_4	y_2+y_5	y_3+y_6	y_4+y_7	y_5+y_8	y_6	y_7-y_8	x_1+x_2	$2+x_3$	x_1+x_4	x_2+x_5	x_3+x_6	x_4+x_7	x_5+x_8	x_6-x_8
y_3	y_2+y_4	y_1+y_5	y_1+y_6	y_2+y_7	y_3+y_8	y_4	y_5-y_8	y_6-y_7	x_2+x_3	x_1+x_4	$2+x_5$	x_1+x_6	x_2+x_7	x_3+x_8	x_4-x_8	x_5-x_4
y_4	y_3+y_5	y_2+y_6	y_1+y_7	y_1+y_8	y_2	y_3-y_8	y_4-y_7	y_5-y_6	x_3+x_4	x_2+x_5	x_1+x_6	$2+x_7$	x_1+x_8	x_2-x_8	x_3-x_7	x_4-x_6
y_5	y_4+y_6	y_3+y_7	y_2+y_8	y_1	y_1-y_8	y_2-y_7	y_3-y_6	y_4-y_5	x_4+x_5	x_3+x_6	x_2+x_7	x_1+x_8	$2-x_8$	x_1-x_7	x_2-x_6	x_3-x_5
y_6	y_5+y_7	y_4+y_8	y_3	y_2-y_8	y_1-y_7	y_1-y_6	y_2-y_5	y_3-y_4	x_5+x_6	x_4+x_7	x_3+x_8	x_2-x_8	x_1-x_7	$2-x_6$	x_1-x_5	x_2-x_4
y_7	y_6+y_8	y_5	y_4-y_8	y_3-y_7	y_2-y_6	y_1-y_5	y_1-y_4	y_2-y_3	x_6+x_7	x_5+x_8	x_4-x_8	x_3-x_7	x_2-x_6	x_1-x_5	$2-x_4$	x_1-x_3
y_8	y_7	y_6-y_8	y_5-y_7	y_4-y_6	y_3-y_5	y_2-y_4	y_1-y_3	y_1-y_2	x_7+x_8	x_6-x_8	x_5-x_7	x_4-x_6	x_3-x_5	x_2-x_4	x_1-x_3	$2-x_2$

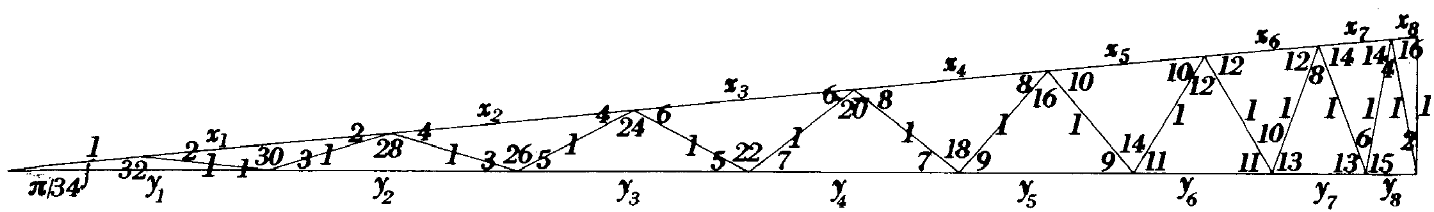

Fig. 1